# Chapitre 2 : Fonctions affines

Maths 1ES – 2026

## I Définition

**DÉFINITION 1**

Une **fonction affine** est une fonction $f$ définie sur $ee/udsrom.fd"\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$, où $a$ et $b$ sont deux nombres réels donnés.

**EXEMPLES 1 ET 2**

- La fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 3$ est une fonction affine, avec $a = 2$ et $b = -3$.
- Pour convertir une température $x$ exprimée en degrés Celsius en degrés Fahrenheit, on utilise la fonction $g$ définie par $g(x) = 1{,}8x + 32$. C'est une fonction affine, avec $a = 1{,}8$ et $b = 32$.
  Par exemple $g(100) = 1{,}8 \times 100 + 32 = 212$ : l'eau bout à 100 °C, c'est-à-dire à 212 °F.

**REMARQUES**

- Une fonction affine permet de modéliser un phénomène **continu** à croissance linéaire.
- Si $a = 0$, alors $f(x) = b$ : on dit que $f$ est une fonction **constante**.
- Si $b = 0$, alors $f(x) = ax$ : on dit que $f$ est une fonction **linéaire** (elle traduit une situation de proportionnalité).

## II Calcul du coefficient $a$

**PROPRIÉTÉ 1**

Soit $f$ une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$.
Pour tous nombres réels $x_0$ et $x_1$ distincts, on a alors :

$$a = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}.$$

**DÉMONSTRATION**

$f(x_1) - f(x_0) = (ax_1 + b) - (ax_0 + b) = ax_1 - ax_0 = a(x_1 - x_0)$.
Comme $x_1 - x_0 \neq 0$, on peut diviser par $x_1 - x_0$ : $\dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = \dfrac{a(x_1 - x_0)}{x_1 - x_0} = a$.

**REMARQUES**

- Le nombre $\dfrac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}$ est appelé le **taux d'accroissement** de $f$ entre $x_0$ et $x_1$. Pour une fonction affine, il est donc **constant**, égal à $a$.
- Lorsque $x$ augmente de 1, $f(x)$ augmente de $a$ : $f(x+1)=f(x)+a$. Des accroissements égaux de $x$ entraînent des accroissements égaux de $f(x)$ : c'est une **croissance linéaire**.

**EXEMPLE 3**

Soit $f$ une fonction affine telle que $f(2)=5$ et $f(-1)=-1$. Déterminer l'expression de $f$.

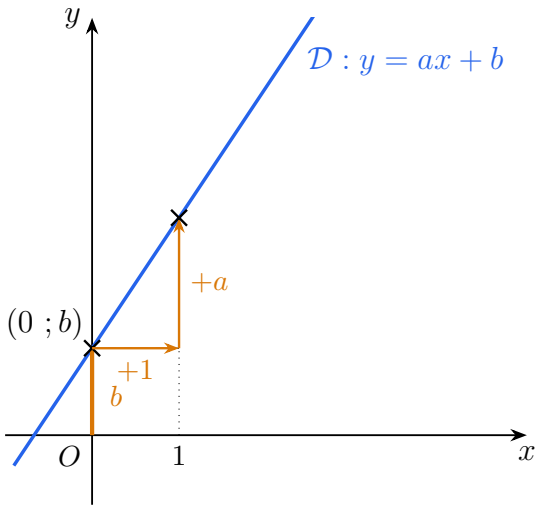
$f$ est affine donc $f(x)=ax+b$ avec $a=\dfrac{f(2)-f(-1)}{2-(-1)}=\dfrac{5-(-1)}{2+1}=\dfrac{6}{3}=2$.
Donc $f(x)=2x+b$. De plus $f(2)=5$ donc $2\times 2+b=5$, soit $b=5-4=1$.
Conclusion : $f(x)=2x+1$. (Vérification : $f(-1)=2\times(-1)+1=-1$.)

## III Représentation graphique

**PROPRIÉTÉ 2**

Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine définie par $f(x)=ax+b$ est la **droite** d'équation $y=ax+b$.

- $a$ est le **coefficient directeur** de la droite : il est égal au taux d'accroissement de $f$.
- $b$ est l'**ordonnée à l'origine** de la droite : la droite passe par le point de coordonnées $(0\,;b)$.




ici $a>0$ : la droite « monte » ; l'ordonnée à l'origine $b$ se lit sur l'axe des ordonnées.

**REMARQUES**

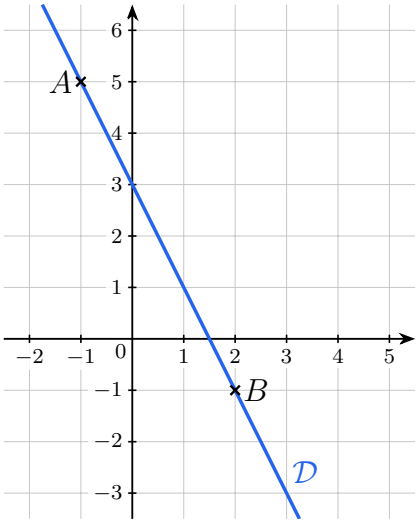
- Quand on se déplace de 1 vers la droite sur la droite, on monte de $a$ si $a > 0$ et on descend de $-a$ si $a < 0$.
- Si $f$ est constante ($a = 0$), la droite est parallèle à l'axe des abscisses.
- Si $f$ est linéaire ($b = 0$), la droite passe par l'origine du repère.

**EXEMPLE 4**

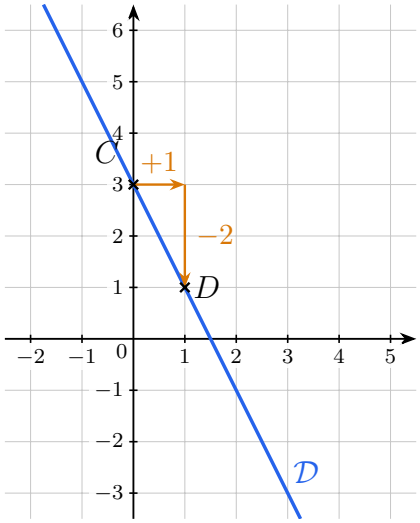
Soit $f$ la fonction affine définie par $f(x) = -2x + 3$. Tracer sa représentation graphique $\mathcal{D}$.

**1re méthode : avec deux points.** On sait que $\mathcal{D}$ est une droite ; il suffit donc de connaître deux de ses points. $f(-1) = -2 \times (-1) + 3 = 5$ et $f(2) = -2 \times 2 + 3 = -1$ : la droite passe par les points $A(-1\,;5)$ et $B(2\,;-1)$.

**2e méthode : avec l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur.** L'ordonnée à l'origine est 3 : on place le point $C(0\,;3)$. Le coefficient directeur est $-2$ : à partir de $C$, on avance de 1 et on descend de 2, on obtient le point $D(1\,;1)$.




1re méthode




2e méthode

## IV Sens de variation

**PROPRIÉTÉ 3**

Soit $f$ une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$.

- Si $a > 0$, alors $f$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- Si $a < 0$, alors $f$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
- Si $a = 0$, alors $f$ est constante sur $\mathbb{R}$.

**Si $a > 0$, $f$ est croissante sur $\mathbb{R}$ :**

| $x$ | $-\infty$ $\quad$ $+\infty$ |
|---|---|
| variations de $f$ | ↗ |

**Si $a < 0$, $f$ est décroissante sur $\mathbb{R}$ :**

| $x$ | $-\infty$ $\quad$ $+\infty$ |
|---|---|
| variations de $f$ | ↘ |

**DÉMONSTRATION**

Soient $x_0 < x_1$ deux réels. D'après la démonstration de la propriété 1, $f(x_1) - f(x_0) = a(x_1 - x_0)$ avec $x_1 - x_0 > 0$. Donc $f(x_1) - f(x_0)$ est du signe de $a$ : si $a > 0$, $f(x_0) < f(x_1)$ ($f$ est strictement croissante) ; si $a < 0$, $f(x_0) > f(x_1)$ ($f$ est strictement décroissante).

**EXEMPLE 5**

Soit $f$ la fonction affine définie par $f(x) = -2x + 3$. Déterminer les variations de $f$.

$a = -2$ et $-2 < 0$, donc $f$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

| $x$ | $-\infty$ $\quad$ $+\infty$ |
|---|---|
| variations de $f$ | ↘ |

## V Problème de seuil

**MÉTHODE**

Une grandeur est modélisée par une fonction affine $f$. Pour savoir à partir de quelle valeur de $x$ elle dépasse un seuil $S$, on résout l'inéquation $f(x) > S$.
Graphiquement, cela revient à chercher les abscisses des points de la droite situés au-dessus de la droite horizontale d'équation $y = S$.



**Attention :** quand on multiplie ou divise les deux membres d'une inéquation par un nombre **strictement négatif**, on change le sens de l'inégalité.

**EXEMPLE 6**

On suppose que le niveau moyen des océans monte de 4 mm par an et qu'en 2025 il est 110 mm au-dessus de son niveau de 1993. On modélise ce niveau (en mm, par rapport à 1993) par $N(t) = 4t + 110$, où $t$ est le nombre d'années écoulées depuis 2025. À partir de quand le niveau dépassera-t-il 210 mm ?

On résout $N(t) > 210$ : $\quad 4t + 110 > 210 \quad$ donc $\quad 4t > 100 \quad$ donc $\quad t > \dfrac{100}{4}$, soit $t > 25$.
Dans ce modèle, le niveau moyen des océans dépassera 210 mm au-dessus de celui de 1993 après 2050 ($2025 + 25 = 2050$).